פיזיקה 2 חשמל ומגנטיות

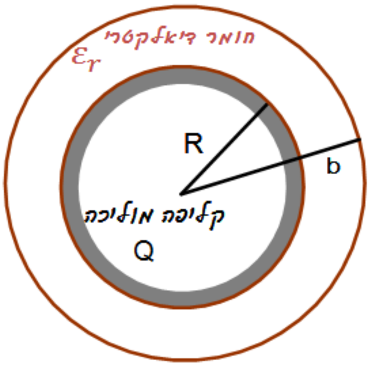
פרק 9 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים 1
2. תרגול נוסף 2

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

שאלות:



1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה

קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q.
מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b.
מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).

תשובות סופיות:

1) השדה במרחב:

$$\vec{E}(r)=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{kQ}{\varepsilon_r r^2}\hat{r} & R<r<b\\ \dfrac{kQ}{r^2} & b<r\end{cases}$$

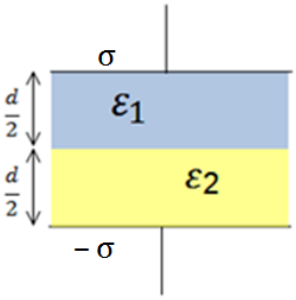
התפלגות המטען המושרית:

$$\sigma_i(R)=\frac{\varepsilon_0 kQ}{R^2}\left(\frac{1}{\varepsilon_r}-1\right)\ ,\quad \sigma_i(b)=\varepsilon_0\left(\frac{kQ}{b^2}-\frac{kQ}{\varepsilon_r b^2}\right)$$

תרגול נוסף:

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מפוצל בין שני לוחות



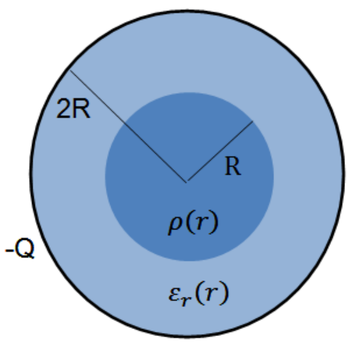
שני לוחות אינסופיים נמצאים במרחק d ביניהם,
הלוח העליון טעון σ והלוח התחתון טעון σ − .
בין הלוחות ישנם שני סוגים של חומרים דיאלקטריים ליניאריים כפי שנראה בציור.
נתון המקדם הדיאלקטרי של כל חומר ε_1 ו-ε_2.

א. מצאו את וקטור העתקה D בכל אחד מהחומרים.
ב. מצאו את השדה החשמלי בכל מקום בין לוחות .
ג. מצאו את הפולריזציה P בכל אחד מהחומרים.
ד. מצאו את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
ה. מצאו את גודל ומיקום המטען הקשור בחומרים הדיאלקטריים.
ו. מצאו שוב את השדה בכל המרחב ע"י שימוש במטענים הקשורים והחופשיים.

2) כדור דיאלקטרי טעון

כדור ברדיוס R מורכב מחומר דיאלקטרי ליניארי בעל קבוע דיאלקטרי אחיד ε_r.
בתוך החומר הדיאלקטרי ישנה צפיפות של מטען חופשי (בנוסף לחומר הדיאלקטרי עצמו) מפוזרת באופן אחיד ושווה ל- ρ.
מצאו את השדה בכל המרחק. (רמז: מצאו קודם כל את D).

3) כדור מבודד וקליפה מוליכה



כדור מבודד ברדיוס R טעון בצפיפות מטען משתנה השווה ל- $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.
מסביב לכדור ישנה קליפה מבודדת עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R.
הקליפה עשויה מחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי משתנה: $\varepsilon_r(r) = 1 + \frac{r}{R}$.
מסביב לקליפה הדיאלקטרית ישנה קליפה מוליכה דקה ברדיוס 2R הטעונה במטען כולל $\vec{E}Q$-.

א. מצא את וקטור ההעתקה $\vec{D}$ בין כל המרחב.
ב. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

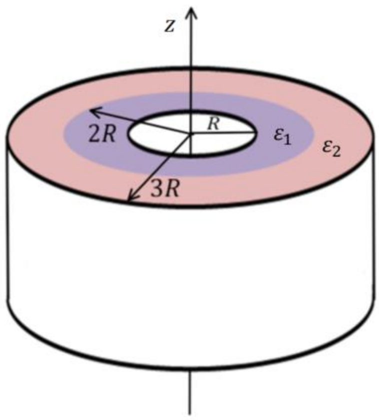
ג. מהי צפיפות המטען המושרה (או קשור) בתוך החומר הדיאלקטרי (משטחית ונפחית)?
ד. מצא באמצעות סכימה מפורשת על צפיפות המטען המושרה, את סך המטען המושרה.

4) חישוב קיבול דרך אנרגיה

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות ברדיוסים R, $3R$ ובאורך $L >> 3R$. ממלאים את הקבל (המרווח בין הקליפות) בחומרים דיאלקטרים.

חומר בעל מקדם ε_1 ממלא את התווך בין R ל- $2R$ וחומר בעל מקדם ε_2 את התווך בין $2R$ ל- $3R$. טוענים את הקליפה הפנימית במטען Q ואת החיצונית במטען $-Q$.

א. מהי צפיפות האנרגיה בתוך הקבל כתלות במרחק ממרכז הקבל?
ב. מהי האנרגיה האגורה בקבל?
ג. חשבו את הקיבול של הקבל מתוך סעיף ב'.
ד. ניתן להתייחס לקבל כאל שני קבלים המלאים כל אחד בחומר דיאלקטרי שונה. האם הקבלים מחוברים בטור או במקביל?
חשב את הקיבול של כל קבל.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{D}=\sigma\hat{z}$

ב. $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_1} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_2} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$$

ג. $$\vec{p}=\begin{cases}\left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_1}\right)\hat{z} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_2}\right)\hat{z} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$$

ד. $$V=-\frac{d}{2}\sigma\left(\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}\right)$$

ה. $$\sigma_b(z=d)=\sigma\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2}\right)\ ,\ \sigma_b\left(z=\frac{d}{2}\right)=\varepsilon_0\sigma\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-\frac{1}{\varepsilon_1}\right)\ ,\ \sigma_b(z=0)=\sigma\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)$$

ו. $$E_T=\frac{\sigma}{\varepsilon_1}\hat{z}$$

2) $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_r\varepsilon_0} & r<R\\ \dfrac{k\rho4\pi R^3}{3r^2} & r>R\end{cases}$$

3) א. $$\vec{D}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4r}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 4\pi R^3}{16\pi r^2}\hat{r} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2}\hat{r} & 2R<r<\infty\end{cases}$$

ב. $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4R\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 R^3\hat{r}}{4r^2\varepsilon_0\left(\dfrac{r}{R}\right)} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2\varepsilon_0} & 2R<r\end{cases}$$

ג. $$\rho_b=\frac{-\rho_0 R^2}{4r^2\left(1+\dfrac{r}{R}\right)^2}\ ,\ \sigma_b(r=R)=\frac{-\rho_0 R}{8}\ ,\ \sigma_b(r=2R)=\frac{\rho_0 R^2}{4(2R)(3)}$$

ד. 0

4) א. $$u=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{(2\pi rL)^2}\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon_1} & R<r<2R\\ \dfrac{1}{\varepsilon_2} & 2R<r<3R\end{cases}$$

ב. $$U=\frac{Q^2}{4\pi L}\left(\frac{1}{\varepsilon_1}\ln2+\frac{1}{\varepsilon_2}\ln\frac{3}{2}\right)$$

ג. $$C=\frac{2\pi L}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}}$$

ד. $$c_2=\frac{2\pi L\varepsilon_2}{\ln\dfrac{3}{2}}\ ,\ c_1=\frac{2\pi L\varepsilon_1}{\ln2}.$$